

Auslegung ungleichförmiger Bewegungsgetriebe mit unrundern Zahnrädern und steuerbarem Antrieb unter Berücksichtigung der Bilanz der kinetischen Energie

Dr.-Ing. T. Hasse, Ettlingen

Zusammenfassung

Periodisch ungleichförmige Bewegungsvorgänge können durch Getriebe mit unrundern Zahnrädern genau und preiswert realisiert werden. Bedingt durch die Ungleichförmigkeit treten bei solchen Getrieben immer Brems- und Beschleunigungsvorgänge auf. Wird ein geregelter Antrieb verwendet, so kann man bei Berücksichtigung der Eigenbewegung des gesamten Getriebezuges das Unrundgetriebe so auslegen, daß der Antrieb keine oder nur eine sehr geringe Bremsleistung erbringen muß und der gewünschte ungleichförmige Bewegungsvorgang auch unter Last sehr genau eingehalten wird. Außerdem wird oft in nur einem kleinen Zeitintervall einer Periode große Leistung am Abtrieb gefordert. Diese Leistungsspitzen können wirkungsvoll durch Verwendung geeigneter Trägheitsmassen vom Antrieb ferngehalten werden. Dadurch können kleinere Antriebseinheiten zum Einsatz kommen und es kann kompakter gebaut werden. Durch Vermeidung von Bremsleistung kann der Energieumsatz u.U. sehr stark reduziert werden, wodurch wesentlich weniger Verlustwärme entsteht.

1 EINLEITUNG

Bei Werkzeugmaschinen, aber auch bei anderen Verarbeitungsmaschinen wie z. B. Textilmaschinen oder Verpackungsmaschinen, werden oft periodische ungleichförmige Bewegungsabläufe gefordert. Sollen für einen solchen Einsatz Antriebsstränge ausgelegt werden, spielen folgende Gesichtspunkte u. U. eine wesentliche Rolle:

- Der periodische Bewegungsablauf unterteilt sich in einen Arbeitsbereich und in einen Nichtarbeitsbereich, der nur dazu dient, wieder in die Startposition bzw. Startsituation für den Arbeitsbereich zu kommen.
- Im Arbeitsbereich wird ein gezielt ungleichförmiger Bewegungsablauf gefordert, der mit einer bestimmten Toleranz eingehalten werden muß, wobei die Last im Arbeitsbereich extrem unterschiedlich sein kann.
- Im Arbeitsbereich muss eine vorgegebene Maximallastfunktion problemlos bearbeitet werden können.
- Der Nichtarbeitsbereich sollte möglichst schnell ausgeführt werden, wobei eventuelle Randbedingungen wie z. B. maximal zulässige Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen zu berücksichtigen sind.
- Die jeweilige Antriebslösung sollte zuverlässig arbeiten, leicht zu warten sein und eine Anpassung für andere Anwendungsfälle sollte mit möglichst wenig Aufwand erfolgen können.
- Bei großen Antriebsleistungen spielen auch der Wirkungsgrad wegen der Wärmeentwicklung, der gesamte Energieverbrauch, sowie jeweilige Spitzenströme eine gewisse Rolle.

➤ Die Lösung sollte kompakt sein und natürlich möglichst preisw. zu realisieren sein. Bis ca. 1970 wurden in der Regel rein mechanische Lösungen für diese Aufgabenstellung realisiert, wobei die Energie über einen Antriebsstrang von einem Zentralantrieb abgeleitet wurde. Unrunde Zahnräder wurden nur sehr selten eingesetzt. Soll heute ein Konstrukteur eine solche Aufgabenstellung lösen, so kann er von einer vollkommen anderen Ausgangssituation ausgehen:

- Der Antrieb kann dezentral mit digitalen Reglern und sehr schnellen Leistungsendstufen für hochdynamische Elektromotoren erfolgen.
- Die Herstellung von praktisch beliebig unrunder Zahnräder ist preiswert und sehr genau möglich /1/, /2/.
- Mit entsprechender Simulationssoftware kann der gesamte Antriebsstrang einschließlich der Lastfunktionen und der Steuerungsaggregate zuverlässig ausgelegt werden.

Bedingt durch die Aufgabenstellung, nämlich einen periodischen ungleichförmigen Bewegungsablauf zu realisieren, treten immer Brems- und Beschleunigungsvorgänge auf. Bei periodischen Vorgängen mit sehr langer Periodendauer sind die dafür benötigten Kräfte und Momente oft vernachlässigbar, während bei hochdynamischen Vorgängen die dafür benötigten Kräfte und Momente diejenigen, die für die Last benötigt werden, meist bei weitem übersteigen. Wählt man einen dezentralen Elektroantrieb mit digitaler Regelung aus, so kann man die Eigenbewegung des Getriebes einschließlich Antrieb und Abtrieb so auslegen, daß der Antrieb keine oder nur sehr geringe Momente für die Brems- bzw. Beschleunigungsvorgänge aufbringen muß. Außerdem tritt oft in nur einem Teil der Periode eine Lastfunktion am Abtrieb auf, die natürlich auch – relativ zum zur Verfügung stehenden Antriebsmoment des Elektromotors – sehr groß sein kann. Solche Lastspitzen können wirkungsvoll durch Verwendung geeigneter Trägheitsmassen vom Antrieb ferngehalten werden. Überdies kann durch Vermeidung von Bremsleistung der Wirkungsgrad des Antriebsstranges deutlich erhöht werden.

Ich möchte nun näher darauf eingehen, wie die Auslegung eines Antriebsstranges erfolgen muß, wobei wir hier Antriebsstränge betrachten, die sich aus den folgenden Blöcken zusammensetzen:

- Antriebsmotor mit digitaler Regelung
- Vorgelege mit Übersetzung u_v
- Unrundgetriebe mit Antriebswelle 0 und Abtriebswelle 1
- Kurbelgetriebe
- Lastfunktion

Bei Verwendung eines Kurbelgetriebes wirkt die Lastfunktion als Kraft in Richtung der Bewegung der Hubstange; andernfalls wirkt eine Momentenlastfunktion an der Arbeitswelle des Getriebezuges.

Mein Vortrag gliedert sich nun in die folgenden Abschnitte:

- ➔ Bemerkungen über den Antriebsblock mit digitaler Regelung
- ➔ Zur Auslegung des Unrundgetriebes für den vorliegenden Fall
 - Über die Berechnung eines Unrundgetriebes
 - Auslegung unter Berücksichtigung der Eigenbewegung und gewünschter Schwungnutzung

- Über die Simulation von Getriebezügen durch Starrkörpersysteme
 - Über Starrkörper mit 6 Freiheitsgraden und Starrkörper mit einem Freiheitsgrad
 - Ein Beispiel zur Darlegung grundsätzlicher Aspekte
- Ausblick
 - Numerische Berechnungsmöglichkeiten für die Auslegung der Unrundgetriebe
 - Über weitergehende Untersuchungen eines Antriebsstranges

2 Über die im Simulationsprogramm realisierte Regelungstechnik

In der heutigen Regelungstechnik werden für Antriebe meist sogenannte Digitalregler eingesetzt. Dabei werden die Berechnungen durchgehend von der Sollwertberechnung bis zur Schlupfberechnung für Asynchronmotoren in einem meist aus mehreren Prozessoren bestehenden Digitalrechner mit hoher Genauigkeit durchgeführt. Die Berechnungen erfolgen innerhalb einer Taktzeitdauer TLV von ca. 0,1 bis 1,0 ms. Bild 1 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer modernen Regelung für einen Antrieb.

In dem Block "Sollwertberechnung" werden zu jedem vom Takt vorgegebenen Zeitpunkt die Position, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung vorgegeben. Dabei muß die Zeitfunktion der Sollbeschleunigung hinreichend glatt sein, so daß von der Sollwertvorgabe kein Rucken verursacht werden kann. Gegenüber älterer analoger Regelungstechnik sei hier betont, daß nun neben der Sollposition auch die Sollgeschwindigkeit und die Sollbeschleunigung mit hoher Genauigkeit für die Regelung zur Verfügung stehen.

Die eigentliche Regelung erfolgt durch einen Lageregelkreis, dem ein Geschwindigkeitsregelkreis unterlagert ist. Als Vergleichsgrößen stehen die Istposition und die Istgeschwindigkeit zur Verfügung. Im Lageregelkreis erfolgt hier die Geschwindigkeitsvorsteuerung durch Addition der mit dem Faktor VKV gewichteten Sollgeschwindigkeit. Der Faktor VKV wird für die Geschwindigkeitsvorsteuerung gleich 1 gewählt (von 1 wird praktisch nur zu Korrekturzwecken abgewichen). Der Faktor selbst hat auf die Stabilität der Regelung keinen Einfluss. Um aber – vor allem für die Mechanik – harte Beschleunigungsvorgänge zu vermeiden, muss die Sollwertvorgabe hinreichend glatt gestaltet sein. Dies betrifft vor allem auch die Anlauf- und Abbremsvorgänge. Die Geschwindigkeitsvorsteuerung ist deshalb so wichtig – und heute auch meist üblich –, weil im Geschwindigkeitsregelkreis ein direkter Vergleich mit der Istgeschwindigkeit vorgenommen wird. Der Lageregelkreis hat also im Gegensatz zu älteren analogen Regelungen nur noch die Aufgabe, etwaige Lageabweichungen auszuregeln.

Der Geschwindigkeitsregelkreis ist hier als einfacher PI-Regler ausgebildet. Der Beschleunigungsvorsteuerung im Geschwindigkeitsregelkreis kommt keineswegs dieselbe Bedeutung wie der Geschwindigkeitsvorsteuerung zu, weil ein Vergleich mit der Istbeschleunigung nicht vorgenommen wird. Sie dient mehr der Optimierung des Gesamtsystemverhaltens. Für einen Beschleunigungsvorgang der Motorwelle ist auch nicht unbedingt ein Moment aus dem Elektroantrieb erforderlich, da die Beschleunigung auch aus der Eigenbewegung resultieren kann. Wir gehen darauf später ausführlich ein!

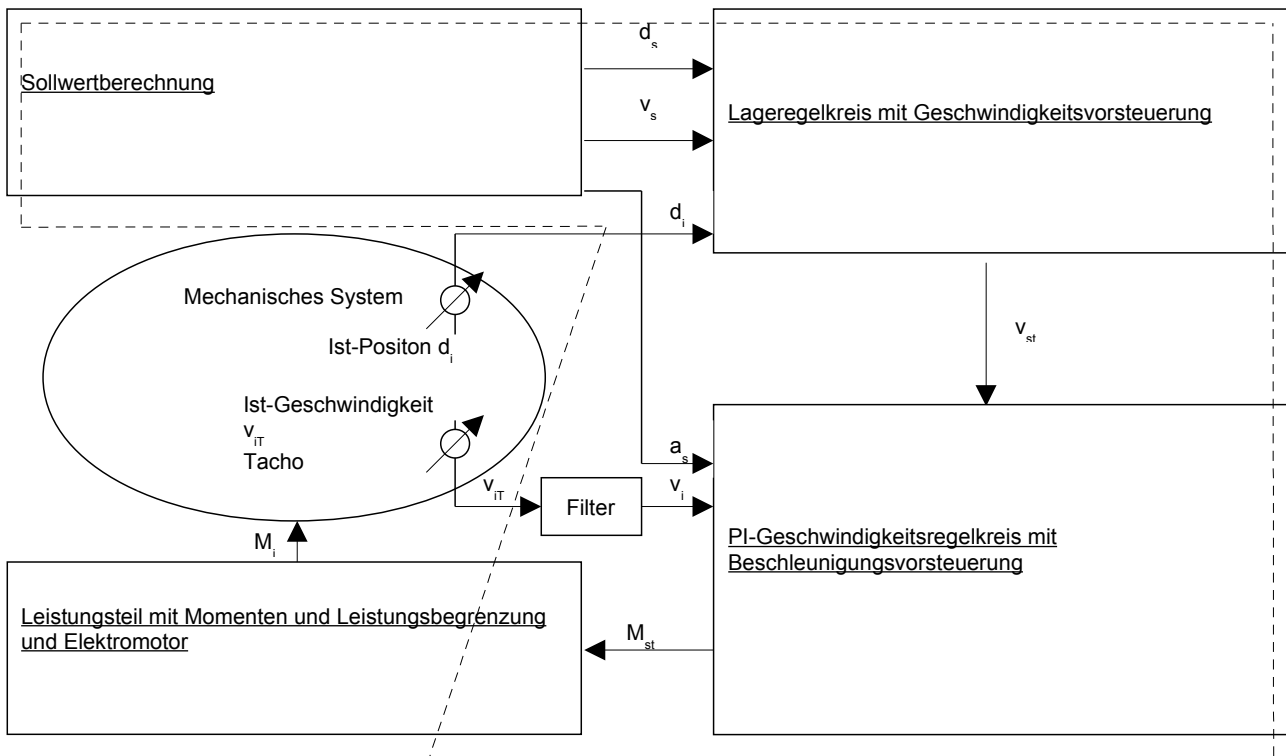


Bild 1: Dezentrale Digitalregelung einer Maschinenachse durch einen Lageregelkreis mit einem unterlagerten Geschwindigkeitsregelkreis; Index s: Sollgröße; Index i: Sollgröße; Index st: Steuergröße; $\bullet = d/dt$; ----: Als Gesamtblock getaktet, mit Taktdauer T_{LV} ; $T_G = T_{LV} + T_M$

Der Block "Leistungsteil mit Momenten- und Leistungsbegrenzung und Elektromotor" wird hier nur rudimentär durch eine Zeitverzögerung T_M und die entsprechenden Begrenzungen berücksichtigt. Die Gesamtdauer T_G ist dann die Summe aus der Zeitverzögerung T_M des Leistungsteils und der Taktdauer des Digitalrechners:

$$T_G = T_{LV} + T_M \quad (1)$$

Vorschlagswerte für die Proportionalfaktoren K_L und K_P erhält man, falls die Positions- und Geschwindigkeitsmessungen direkt am Elektromotor erfolgen, aus den folgenden drei Größen:

- Gesamtdauer T_G
- Massenträgheitsmoment des Elektromotors J_M
- ungefähres, auf die Motorwelle zurückgerechnetes, Gesamtmassenträgheitsmoment J

Man erhält damit folgende Vorschlagswerte:

$$K_P = J_M / (2 \cdot T_G)$$

$$K_L = K_P / (4 \cdot J \cdot D^2), \quad D = \text{Dämpfungsmaß, z.B. } D = 0,75$$

$$T_N = 1 / K_L \quad (2)$$

Falls die mechanischen Eigenfrequenzen hinreichend groß sind, erhält man für die ungefähre Eigenfrequenz ω_e der Regelung:

$$\omega_e = (K_P / (2 \cdot J \cdot D)) \cdot \sqrt{1-D} \quad (3)$$

Die in (2) ermittelten Vorschlagswerte müssen natürlich am fertigen Modell noch optimiert werden.

3 Über die Berechnung und Auslegung von Unrundgetrieben

Wir wollen uns hier mit einem Unrundgetriebe für einen periodischen Bewegungsablauf beschäftigen, das folgende Eigenschaften hat:

- Periodendauer T , Grundkreisfrequenz $\Omega = 2\pi / T$
- Das Getriebe besteht aus zwei Wellen, einer Antriebswelle mit dem Index 0 und einer Abtriebswelle mit dem Index 1 (einstufiges Unrundgetriebe)
- Beide Wellen drehen sich pro Periode um den Winkel 2π (mittlere Übersetzung 1:1)

Die Last greife entweder als Lastmomentenfunktion in einem vorgegebenen Winkelbereich an oder über ein Kurbelgetriebe als Lastkraftverlauf. Wir beschränken uns hier also auf zwei Arten, die Last einzubringen:

- Lastmomentenfunktion mit Drehwinkelgeschwindigkeitsfunktion an der Abtriebswelle des Unrundgetriebes in einem vorgegebenem Winkelbereich mit dem Drehwinkel als Parameter
- Lastkraftfunktion mit Translationsgeschwindigkeitsfunktion an der Translationsstange eines Schubkurbelgetriebes in einem vorgegebenem Wegbereich mit dem Translationsfreiheitsgrad als Parameter

Für die Eigenbewegung des Getriebezuges spielen die Massen des Schubkurbelgetriebes u. U. eine – vielleicht sogar gewollte – erhebliche Bedeutung.

In einem ersten Berechnungsblock wird nun für eine Periode der Drehwinkelgeschwindigkeitsverlauf der Abtriebswelle in Abhängigkeit der gewünschten Geschwindigkeitsfunktionen und gemäß den Randbedingungen bestimmt:

Drehwinkelgeschwindigkeitsverlauf der Abtriebswelle

$$\dot{\varphi}_1(t) < 0 \text{ mit } \int_0^T \dot{\varphi}_1(\tau) d\tau = -2\pi \text{ mit der Drehwinkelfunktion } \varphi_1(t) = \int_0^t \dot{\varphi}_1(\tau) d\tau$$

Die Drehwinkelfunktion sei hinreichend glatt, z. B. $\ddot{\varphi}_1(t)$ existiere und sei stetig.

$$T = \text{Periodendauer, } \Omega = 2\pi / T \quad (4)$$

Weiter benötigt man den tatsächlichen Drehwinkelverlauf der Antriebswelle. Oft wird für den Antrieb ein konstanter Drehwinkelverlauf angenommen. Im Rahmen der Möglichkeiten der Steuerung und des Antriebs kann er aber beliebig sein, insbesondere kann er so ausgelegt werden, dass er der Getriebeeigenbewegung folgt. Hier gehen wir von einem vorgegebenen Verlauf aus:

Drehwinkelgeschwindigkeit der Antriebswelle

$$\dot{\varphi}_0(t) > 0 \text{ mit } \int_0^T \dot{\varphi}_0(\tau) d\tau = 2\pi \text{ mit der Drehwinkelfunktion } \varphi_0(t) = \int_0^t \dot{\varphi}_0(\tau) d\tau$$

Die Drehwinkelfunktion sei hinreichend glatt, z. B. $\ddot{\varphi}_0(t)$ existiere und sei stetig. (5)

Die Drehwinkelfunktionen seien hinreichend glatt; z.B. seien $\ddot{\varphi}_0$ und $\ddot{\varphi}_1$ stetig und es gelte für $i=0,1$:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_i(0) &= \dot{\varphi}_i(T) \\ \ddot{\varphi}_i(0) &= \ddot{\varphi}_i(T)\end{aligned}$$

Sind die Drehwinkelgeschwindigkeitsverläufe bestimmt, so können die für einen Achsabstand a benötigten Rollkurven $r_0(t)$ und $r_1(t)$ - diese werden auch weniger präzise als Wälzkurven bezeichnet - bestimmt werden.

Man erhält für einen Zeitpunkt t :

$$u(t) = \frac{\dot{\varphi}_1(t)}{\dot{\varphi}_0(t)} = \frac{-r_0(t)}{a-r_0(t)} = \frac{a-r_1(t)}{-r_1(t)} \text{ mit } a = \text{Achsabstand} \quad (6)$$

Es ergeben sich die jeweiligen Polarkoordinaten $(r_0(t); \varphi_0(t))$ und $(r_1(t); \varphi_1(t))$ und das Übersetzungsverhältnis $u(t)$.

Damit ergeben sich zu den einzelnen Winkelpositionen die passenden Radien. Überdies können nun auch leicht die Umfänge der Kurven bestimmt werden, aus denen sich nach Vorgabe der Zähnezahl z der Modul m für die Verzahnung ergibt. Der Modul ändert sich natürlich proportional zum Achsabstand. Aus dem Modul, der Materialfestigkeit σ_{FE} und der Verzahnbreite b als wesentliche Parameter kann die Zahnfestigkeit bestimmt werden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Drehwinkelgeschwindigkeitsverläufe während einer Periodendauer T bestimmt werden müssen. Daraus ergeben sich die Wälzkurven für das Unrundgetriebe. Nach Bestimmung der erforderlichen Zahnbelastung – darauf wird später ausführlich eingegangen – kann die Verzahnung der Wälzkurve festgelegt werden. Hierzu sei nun ein Beispiel gegeben:

Aufgabenstellung I): An der Abtriebswelle greife im Winkelbereich von 150° bis 210° eine Momentenlast an. In diesem Bereich muss sich die Welle mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit von ca. $7,6 \text{ rad/s}$ drehen. Nach dem Passieren der Endposition 210° des Arbeitsbereiches soll sich die Welle möglichst schnell zur Startposition 150° des Arbeitsbereiches bewegen. Dazu wird die Welle auf $34,6 \text{ rad/s}$ beschleunigt und wieder auf $7,6 \text{ rad/s}$ abgebremst.

Lösungsvorschlag Ia): Die Antriebswelle dreht sich mit der passenden konstanten Geschwindigkeit von ca. $15,7 \text{ rad/s}$. In Bild 2 sind die Geschwindigkeitsverläufe der Abtriebs- und Antriebswelle angegeben und Bild 3 zeigt die für diese Geschwindigkeitsverläufe passenden Wälzkurven der Unrundräder. Der Achsabstand wurde so gewählt, dass diese Wälzkurven mit 65 Zähnen und Modul 6 verzahnt werden können.

Bei dem Lösungsvorschlag Ia) muss also der Antrieb dafür sorgen, dass sich die Antriebswelle mit konstanter Geschwindigkeit dreht.

Bei dem nun folgenden **Lösungsvorschlag Ib)** wird ein Geschwindigkeitsverlauf für die Antriebswelle so bestimmt, dass der geforderte Geschwindigkeitsverlauf der Abtriebswelle bei Vernachlässigung der Dämpfung bereits durch die Eigenbewegung des Unrundgetriebes erreicht wird. Dazu nun ein wenig Theorie:

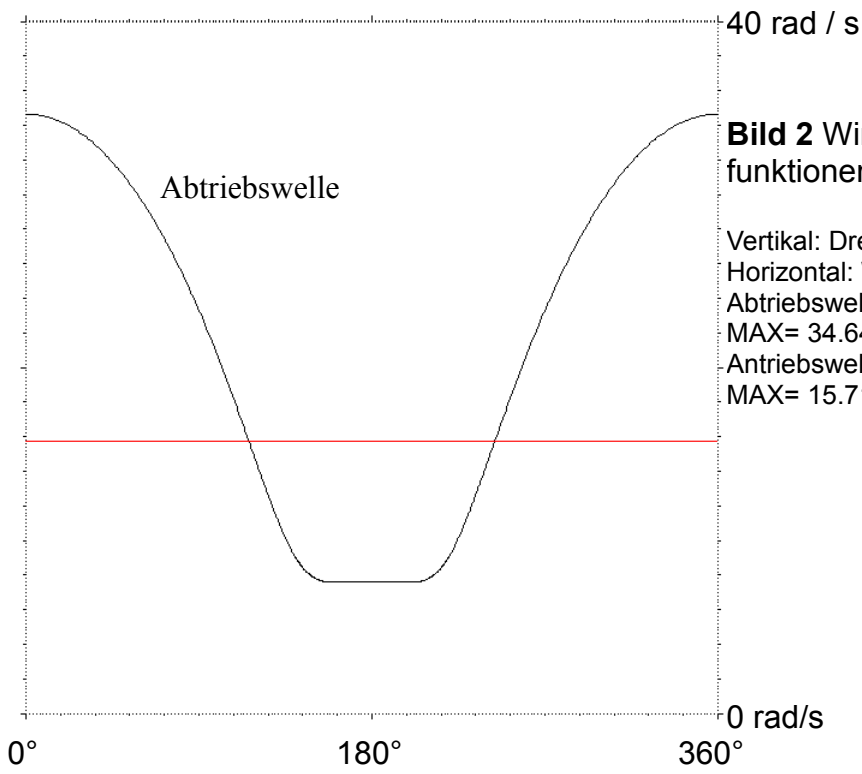


Bild 2 Winkelgeschwindigkeitsfunktionen der Wellen

Vertikal: Drehwinkel vom Abtrieb
 Horizontal: Winkelgeschwindigkeiten
 Abtriebswelle :
 MAX= 34.64 rad/s MIN= 7.58 rad/s
 Antriebswelle :
 MAX= 15.71 rad/s MIN= 15.71 rad/s

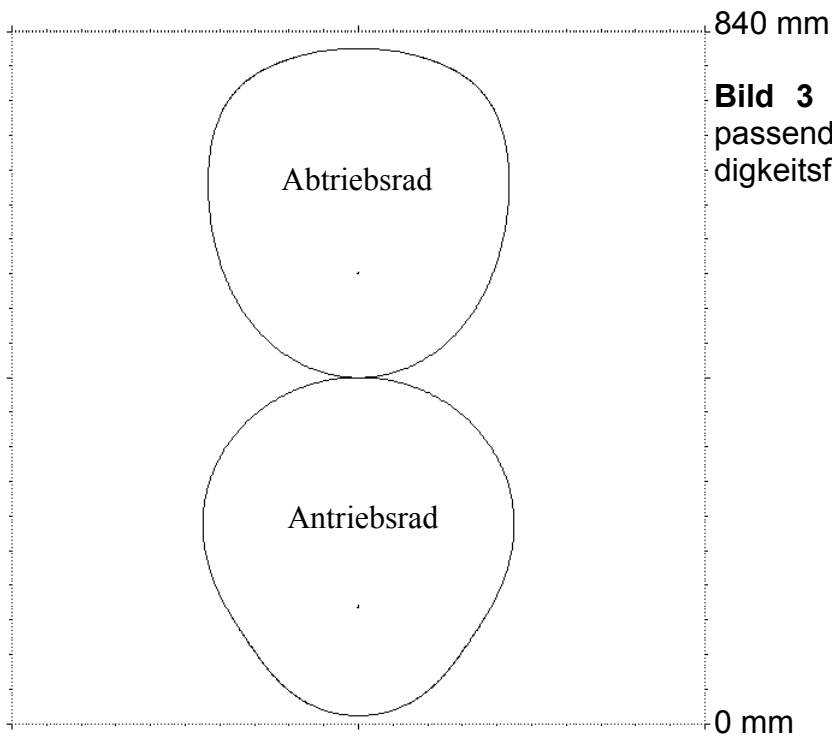


Bild 3 Wälzkurven der Unrundräder, passend zu den Winkelgeschwindigkeitsfunktionen von Bild 2

Vorgegeben sei also gemäß (4) der Geschwindigkeitsverlauf $\dot{\varphi}_1(t)$ der Abtriebswelle mit dem Massenträgheitsmoment J_1 und das Bewegungsverhalten des Folgegetriebes, also z.B. eines Kurbelgetriebes. Die Antriebswelle mit ihren angekoppelten Massen sei ausgewuchtet. Im Übrigen werde die Summe E_{mech} der mechanischen Energie berechnet, also kinetische Energie, Spannungsenergie und Lageenergie aus Schwerkrafteinwirkung. Für das Folgegetriebe sei die mechanische Energie $FE_{mech}(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit bekannt. Gesucht sei für die Antriebswelle mit dem Massenträgheitsmoment J_0 der Geschwindigkeitsverlauf $\dot{\varphi}_0(t)$ gemäß (5). Nehmen wir nun an, dass sich der gesamte Getriebelock ohne Dämpfung, ohne Antrieb und ohne Lasteinwirkung bewegt, so ist die Summe E_{mech} der mechanischen Energieanteile konstant gemäß der folgenden Gleichung:

$$E_{mech} = 0,5 \cdot J_0 \cdot (\dot{\varphi}_0(t))^2 + 0,5 \cdot J_1 \cdot (\dot{\varphi}_1(t))^2 + FE_{mech}(t) \quad (7)$$

Aus (7) ergibt sich $\dot{\varphi}_0(t)$ gemäß:

$$\dot{\varphi}_0(t) = \sqrt{\frac{E_{mech} - (\dot{\varphi}_1(t))^2 - FE_{mech}(t)}{0,5 \cdot J_0}} \quad (8) \quad E_{kin} \text{ muss so gewählt werden, dass gilt:}$$

$$\int_0^T \dot{\varphi}_0(\tau) d\tau = 2\pi \quad (9)$$

Diese nichtlineare Gleichung ist für ein hinreichend großes Massenträgheitsmoment immer eindeutig lösbar.

Als Beispiel sind für die Aufgabenstellung I in Bild 4 die Geschwindigkeitsverläufe der Antriebs- und Abtriebswelle angegeben. Dabei wurde für das Massenträgheitsmoment der Antriebswelle $J_0 = 10 \text{ kgm}^2$ gewählt, für die Abtriebswelle $J_1 = 2 \text{ kgm}^2$ und es wurde vorausgesetzt, daß auch die Abtriebswelle mit ihren angekoppelten Massen ausgewuchtet ist. Bild 5 zeigt für diesen Fall die passenden Wälzkurven der Unrundräder.

Die Auslegung der Verzahnung der Unrundräder erfolgt gemäß /2/ und in Anlehnung an die Norm 3990 für die Tragfähigkeitsberechnung.

Durch die in (4) bis (9) dargelegten Beziehungen ist das Prinzip der Auslegung eines Unrundgetriebes unter Ausnutzung der Eigenbewegung dargelegt. Was kann man nun insgesamt für Vorteile erwarten:

- Verkürzung der Taktdauer gegenüber konstanter Drehzahl
- Dadurch deutliche Untersetzung im Arbeitsbereich, d.h. Erhöhung des verfügbaren Momentes
- Nachführung eines gewünschten Geschwindigkeitsverhaltens in Abhängigkeit der Position
- Sehr niedrige Motorbelastung bei Leerlauf
- Schwungnutzung von Trägheitsmassen
- Dadurch robustes Verhalten bei großer Last
- Drehzahl kann bei geeigneter Wahl der Trägheitsmassen über einen großen Bereich variiert werden, ohne daß obige Vorteile verlorengehen.

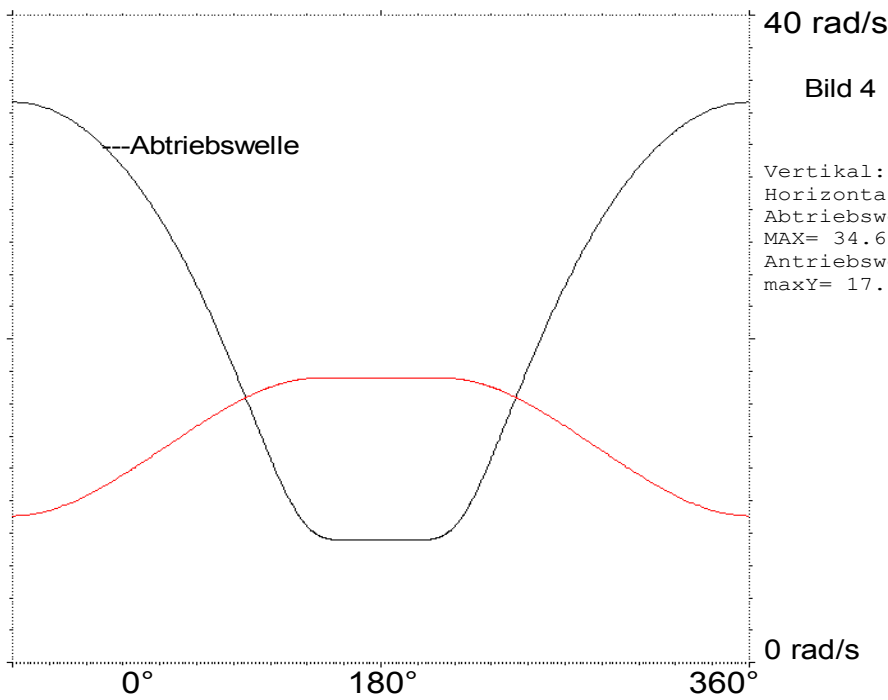


Bild 4 Winkelgeschwindigkeitsfunktionen der Wellen

Vertikal: Drehwinkel vom Abtrieb
 Horizontal: Winkelgeschwindigkeiten
 Abtriebswelle :
 MAX= 34.6380 rad/s MIN= 7.5780 rad/s
 Antriebswelle :
 maxY= 17.6298 rad/s minY= 9.0740 rad/s

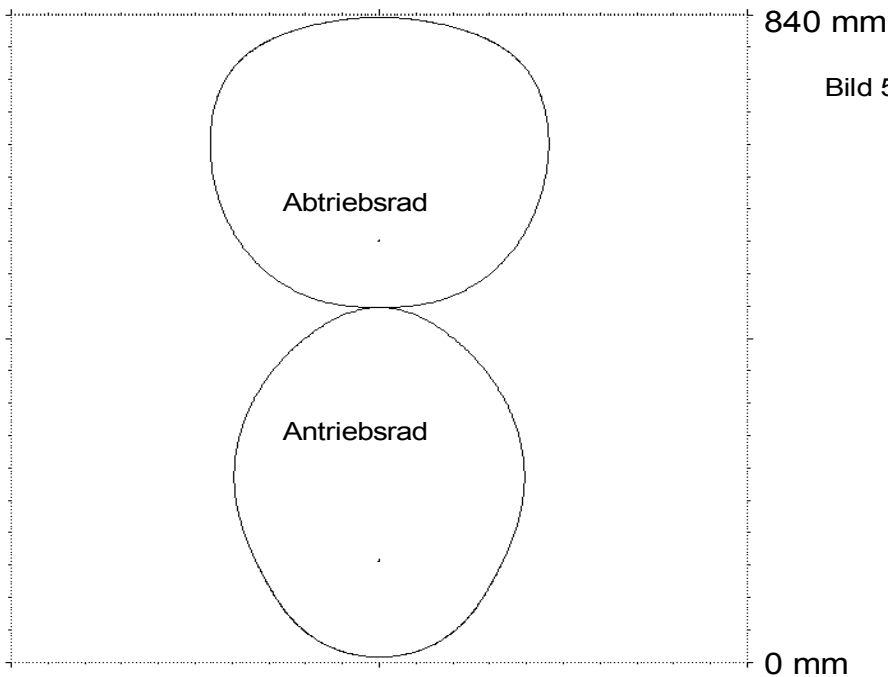


Bild 5 Wälzkurven der Unrundräder, passend zu den Winkelgeschwindigkeitsfunktionen von Bild 3

Diese Erwartungen an eine durchdachte Auslegung müssen natürlich durch eine sorgfältige Simulation des Getriebezuges unter Leerlauf und unter Last überprüft werden. Dabei müssen auch die an den Zähnen der Unrundräder angreifenden Kräfte berechnet werden. Wie man einen Getriebezug im Zeitbereich simuliert, möchte ich im nächsten Abschnitt darlegen.

4 Simulation von Getriebezügen durch Starrkörpersysteme

Jede Maschine besteht aus einer großen Anzahl von Bauteilen, die in sich homogen sind, also keine Lager, keine Trennfugen, keine Gelenke oder dergleichen haben. Hierzu gehören u. a. Wellen, Schlitten, Ständer, Pleuel und dergleichen mehr. Meist sind die Eigenfrequenzen solcher Bauteile weit höher als die für die Berechnung interessierenden.

Man kann diese Bauteile daher vorteilhaft als Starrkörper approximieren. Falls doch Eigenfrequenzen vorliegen, die für das anstehende Problem wichtig sind, können diese Eigenfrequenzen und ihre Moden durch Aufteilung der Starrkörper mit anschließender Verbindung der Starrkörperteile durch passende Federn annähernd berücksichtigt werden. Es bietet sich also an, dynamische Bewegungsabläufe durch Berechnungsmodelle zu simulieren, bei denen die oben beschriebenen Bauteile durch Starrkörper angenähert werden. Diese Starrkörper werden durch Verbindungselemente miteinander verbunden, die z. B. Lager, Getriebe, Federn, Kupplungselemente, Dämpfungselemente oder Antriebe im Simulationsmodell abbilden. Die Verbindungselemente werden durch Nachgiebigkeit und/oder Energieaustauscheigenschaften zwischen mechanischer Energie und anderen Energieformen beschrieben.

Alle Berechnungen erfolgen grundsätzlich im Zeitbereich, wodurch auch komplexe nichtlineare Effekte berücksichtigt werden können.

Für Berechnungen im drei-dimensionalen Raum hat ein Starrkörper 6 Freiheitsgrade. Darauf basierende Modelle sind sehr vielseitig für Getriebezugberechnungen einsetzbar. Sie liefern nicht nur Ergebnisse über Momente und Kräfte an Übertragungsgliedern, sondern z. B. auch Lagerbelastungen und Aussagen über die globale Maschinenbelastung durch den Antriebsstrang. Außerdem lassen sich auch sehr komplexe Gelenkgetriebe abbilden. Dafür ist aber die Eingabe auch sehr aufwendig, da z. B. für eine Welle alle 6 Freiheitsgrade und damit natürlich auch mindestens zwei passende Lager zu berücksichtigen sind.

Sehr viel einfacher hat man es, wenn man einem Starrkörper nur einen Freiheitsgrad zubilligt, nämlich entweder eine Rotation um eine fest Achse oder eine Translation in eine festgelegte Richtung. Eine Welle wäre dann ein Starrkörper mit einem Rotationsfreiheitsgrad und die Translationsstange eines Kurbeltriebs wäre ein Starrkörper mit einem Translationsfreiheitsgrad. Als Verbindungselemente zwischen Wellen sind Riemengetriebe oder Zahnradgetriebe möglich und ein Kurbeltrieb wäre ein Verbindungselement zwischen einer Welle und einem Translationsstarrkörper. Für unsere einfache "Aufgabenstellung I" reicht die Simulation mit Starrkörpern mit nur einem Freiheitsgrad völlig aus. Bild 6 zeigt eine schematische Darstellung des Modells, bestehend aus zwei Starrkörpern mit je einem Rotationsfreiheitsgrad. Das Massenträgheitsmoment des ersten Starrkörpers errechnet sich aus der Antriebswelle, dem Rotor, der Schwungscheibe und dem Unrundrad; das Massenträgheitsmoment des zweiten Starrkörpers errechnet sich aus der Abtriebswelle, dem Unrundrad und dem Mechanismus zur Lasteinleitung. Weiter werden der Motor mit der am Anfang des Vortrags vorgestellten Regelung, das Zahnradunrundgetriebe einschließlich Zahnnachgiebigkeit und die Last simuliert.

Die wesentlichen technischen Daten für das Modell seien die folgenden:

Motor: Nennmoment 410 Nm
 Maximales Moment ± 550 Nm
 Bremsleistung durch Netzeinspeisung
 $J = 0,5 \text{ kg m}^2$
Regelung: Gemäß Bild 1

$$K_L = 8 \text{ 1/s} ; VKV = 1.0 ; KP = 250 \text{ [Nms/rad]}$$

$$T_N = 0,05 \text{ s} \quad VKA = 0.0 ; \quad T_M = 0,0005 \text{ s} \quad T_{LV} = 0,0004 \text{ s} ;$$

Last: Momenteneinleitung zwischen 150° und 210° der Abtriebswelle von 900 Nm bis 1350 Nm, Periodendauer 0,5 s = Taktzeit

Unrundgetriebe:

Gemäß dem Lösungsvorschlag I b (siehe Bilder 4 und 5) ohne Dämpfung und mit Dämpfung von 0,5 [Nms/rad] pro Welle

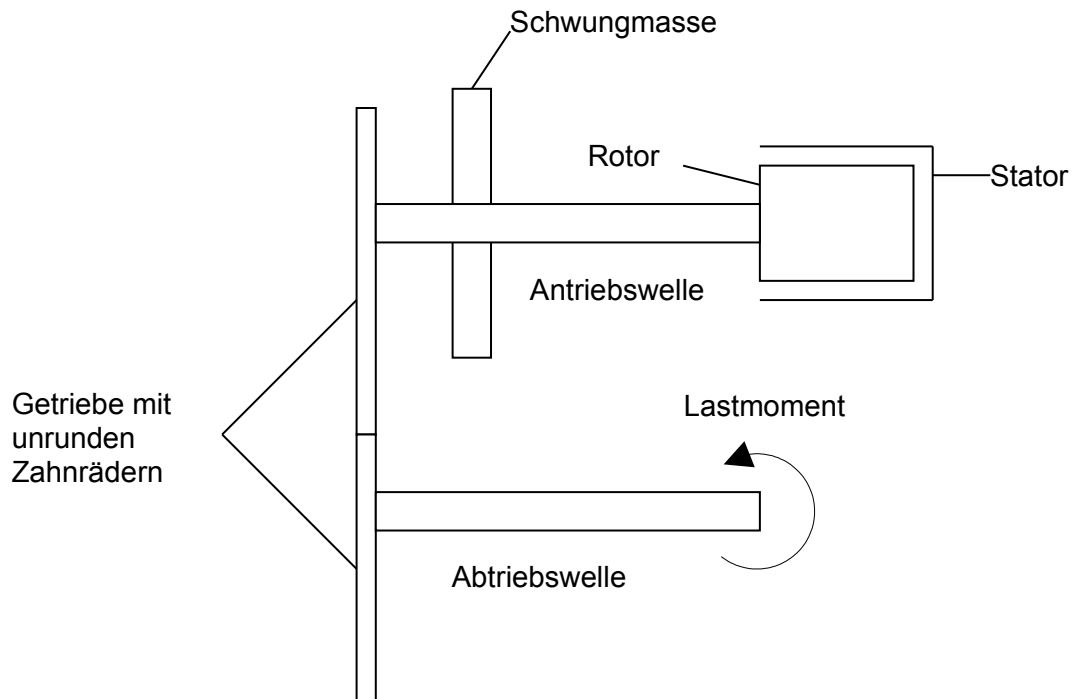


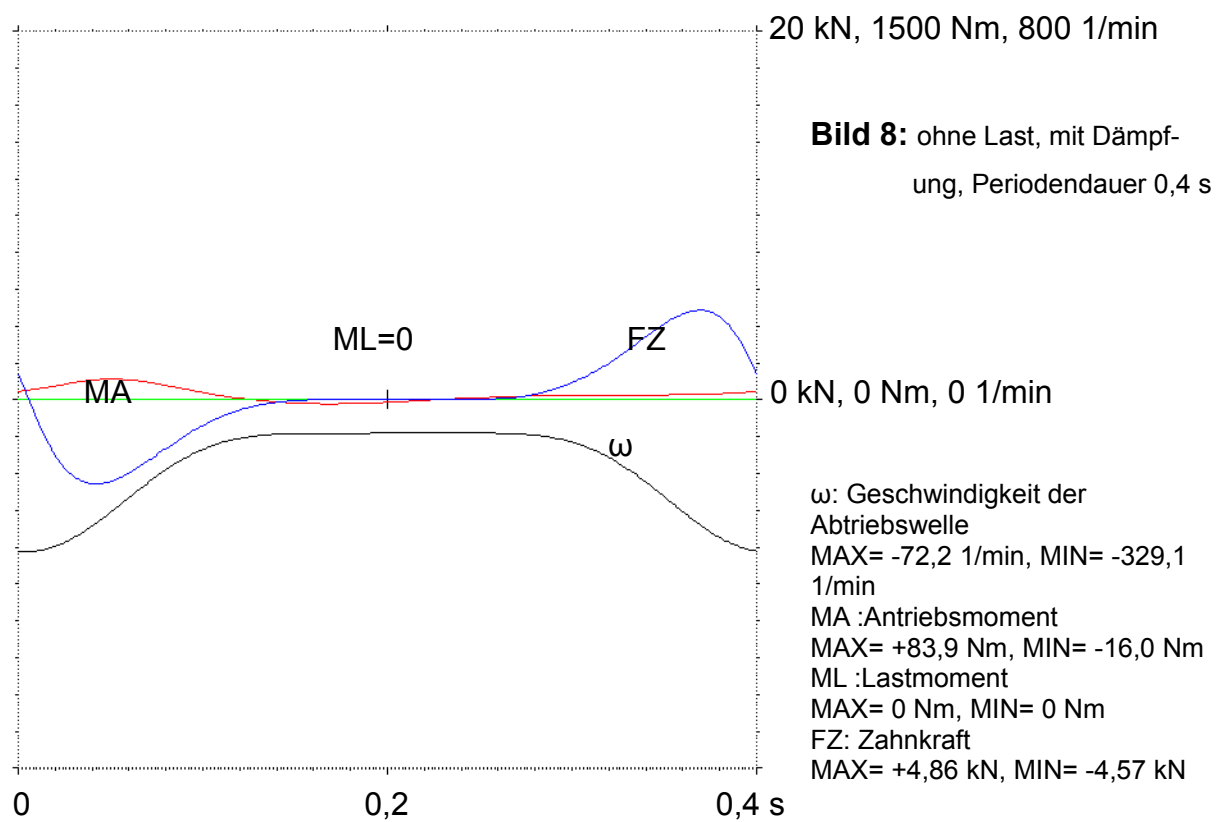
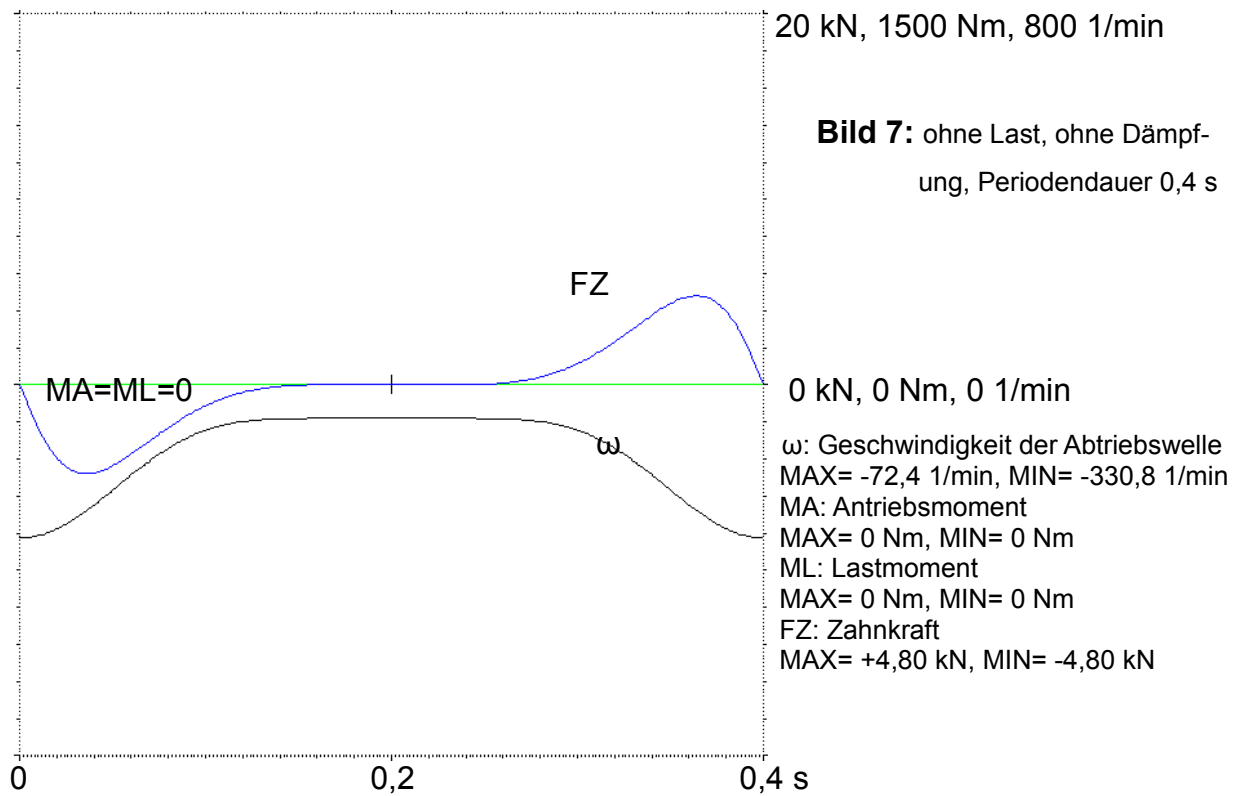
Bild 6: Modell für die Simulation des Beispiels

Die Ergebnisse sind in den Bildern 7 bis 11 dargestellt.

Bild 7 zeigt die Ergebnisse ohne Systemdämpfung und ohne Last. Man sieht, dass die Regelung keinen Einfluss auf die Eigenbewegung hat. Die Kraftbelastung der Zähne ist völlig symmetrisch und der gewünschte Geschwindigkeitsverlauf der Abtriebswelle wird genau eingehalten.

Bild 8 zeigt die Ergebnisse mit einer ziemlich starken Systemdämpfung, die durch einen Dämpfungsfaktor von 0,5 [Nms/rad] für jede der beiden Wellen erzeugt wird. Diese Dämpfung wurde auch bei den weiteren Berechnungen verwendet.

Bild 9 zeigt die Auswirkung eines Lastmomentes von 900 Nm. Die Momentenschwankung am Motor ist nun wegen der doch ziemlich trägen Regelung beachtlich. Trotzdem wird die gewünschte Drehzahl des Abtriebs recht genau eingehalten und die Kraftfunktion an den Zähnen ist gleichmäßig.



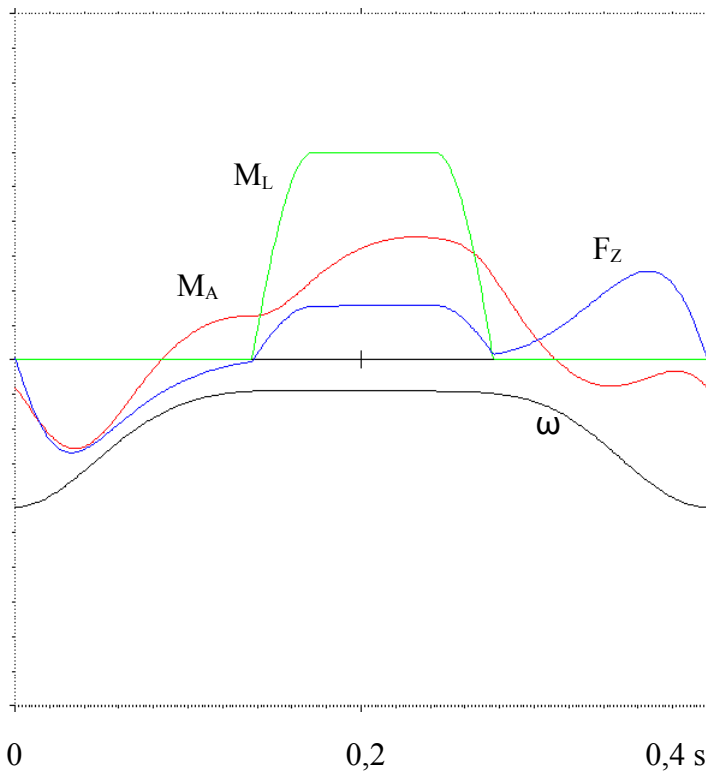


Bild 9 Lastmoment 900 Nm, mit Dämpfung, Periodendauer 0,4 s

ω : Geschwindigkeit der Abtriebswelle
 MAX= -70,0 1/min, MIN= -340,3 1/min
 M_A : Antriebsmoment
 MAX= +532,9 Nm, MIN= -384,4 Nm
 M_L : Lastmoment
 MAX= +900 Nm, MIN= 0 Nm
 F_Z : Zahnkraft
 MAX= +5,13 kN, MIN= -5,36 kN

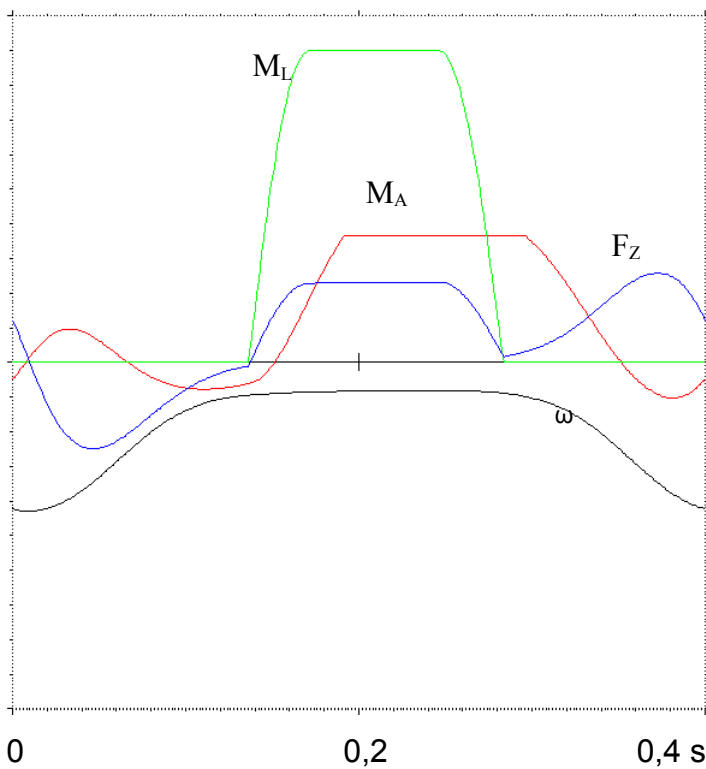
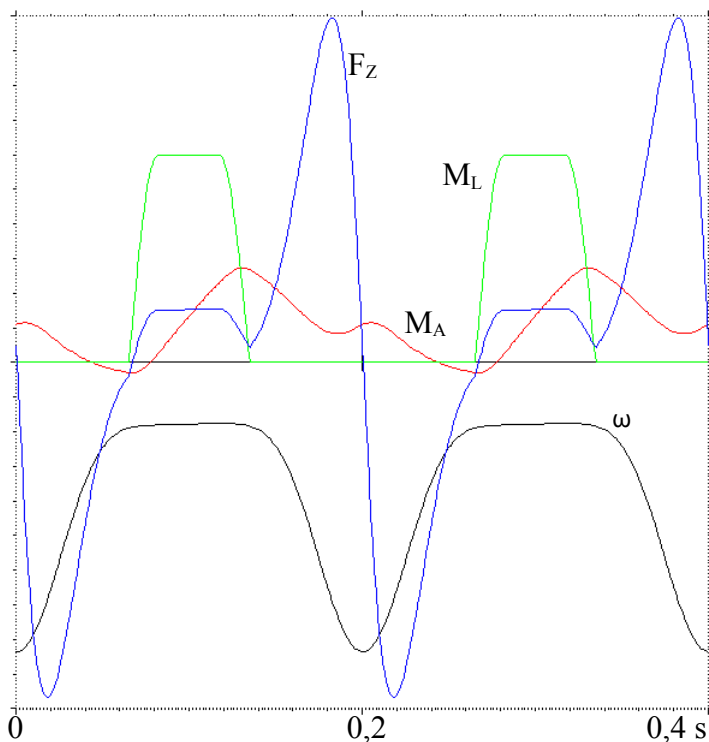


Bild 10 Lastmoment 1350 Nm, mit Dämpfung, Periodendauer 0,4 s

ω : Geschwindigkeit der Abtriebswelle
 MAX= -66,1 1/min, MIN= -343,2 1/min
 M_A : Antriebsmoment
 MAX= +550,0 Nm, MIN= -154,0 Nm
 M_L : Lastmoment
 MAX= +1350 Nm, MIN= 0 Nm
 F_Z : Zahnkraft
 MAX= +5,15 kN, MIN= -4,99 kN



20 kN, 1500 Nm, 800 1/min

Bild 11 Lastmoment 900 Nm, mit Dämpfung, Periodendauer 0,2 s

0 kN, 0 Nm, 0 1/min

ω : Geschwindigkeit der Abtriebswelle
 MAX= -141,3 1/min, MIN= -668,6 1/min
 M_A : Antriebsmoment
 MAX= +409,9 Nm, MIN= -46,2 Nm
 M_L : Lastmoment
 MAX= +900 Nm, MIN= 0 Nm
 F_z : Zahnkraft
 MAX= +19,89 kN, MIN= -19,35 kN

Bild 10 zeigt das Verhalten bei deutlich erhöhter Momentenbelastung, wobei die Stromgrenze des Leistungsteils, d. h. die Momentenbegrenzung erreicht wird. Trotzdem ist nur ein leichter Abfall der Drehzahl im Arbeitsbereich von 10% zu verzeichnen. Immerhin wird deutlich mehr als das Dreifache des Nennmomentes des Motors abgegeben.

Auch eine Verdoppelung der Drehzahl bei einer Last von 900 Nm wird als problemlos bewältigt, wie im Bild 11 gezeigt wird. Freilich sind nun die Zahnkräfte, die benötigt werden, um die Wellen zu beschleunigen, sehr groß geworden. Bei mittlerer Materialfestigkeit würde man bei Modul 6 etwa eine Zahnradbreite von 75 mm benötigen.

Insgesamt zeigen die Simulationsberechnungen, dass wir für die vorgegebene Aufgabenstellung einen sehr robusten Antrieb erhalten haben. Wesentlich für die Konzeption ist folgendes gewesen:

- Verwendung eines Unrundgetriebes mit Berücksichtigung der Eigenbewegung des gesamten Antriebsstranges gemäß den Beziehungen (4) bis (9)
- Antrieb mit geeigneter Regelung
- Wahlgeeignete Trägheitsmassen, insbesondere auch zur Schwungnutzung

Alle Vorteile, die wir am Ende des Abschnitts 3 als Erwartung formuliert haben, sind auch tatsächlich vorhanden.

Das realisierte Konzept soll nun mit anderen Möglichkeiten für die Aufgabenstellung verglichen werden:

I) Antrieb ohne Getriebe, also Antriebswelle = Abtriebswelle;

Hinterlegung des gewünschten Winkelgeschwindigkeitsverhaltens in der Steuerung.

Vorteil: Sehr einfaches Konzept, da nur das gewünschte Geschwindigkeitsverhalten für eine Periode in der Steuerung hinterlegt werden muss.

Nachteile: Um das gewünschte Lastmoment von 1350 Nm verarbeiten zu können, müsste ein extrem starker Elektromotor verwendet werden, der zudem ein niedriges Massenträgheitsmoment aufweisen müsste, damit die notwendigen Beschleunigungs- und Bremsvorgänge realisiert werden können. Deshalb würde das Konzept sehr teuer werden. Als weiterer Nachteil wäre der extreme Energieumsatz - auch im Leerlauf - zu nennen.

II) Antrieb mit handelsüblichem Getriebe; Hinterlegung des notwendigen Winkelgeschwindigkeitsverhaltens der Antriebswelle in der Steuerung, damit die Abtriebswelle das gewünschte Geschwindigkeitsverhalten hat.

Vorteil: Einfaches Konzept; ein Vielfaches des Antriebsmomentes am Abtrieb verfügbar.

Nachteil: Sehr große Drehzahländerung der Antriebswelle notwendig; daher mit handelsüblichen Bauteilen nicht realisierbar, weil die Beschleunigungsmomente zu groß sind.

III) Antrieb mit Unrundgetriebe gemäß Lösungsvorschlag I a) (siehe Bilder 2 und 3), also mit konstanter Winkelgeschwindigkeit der Antriebswelle.

Kein Vorteil gegenüber der ausführlich besprochenen Lösung

Nachteile: Wegen der großen Trägheitsmassen der Unrundräder ist ein großes Antriebsmoment erforderlich, wodurch eine Realisierung sehr teuer würde. Der gewünschte Winkelgeschwindigkeitsverlauf der Abtriebswelle kann nicht sehr genau eingehalten werden. Hoher Energieumsatz auch im Leerlauf erforderlich.

IV) Antrieb mit Untersetzung durch Riemengetriebe oder Zahnradgetriebe und mit anschließendem Unrundgetriebe, das gemäß den Beziehungen (4) bis (9) realisiert wird unter Einbeziehung des gesamten Antriebsstranges.

Vorteile: Es ergeben sich die am Ende von Abschnitt 3 aufgeführten Vorteile wie bei der ausführlich besprochenen Lösung auch. Zusätzlich ist das benötigte maximale Antriebsmoment sehr viel kleiner, bei natürlich entsprechend höherer Drehzahl.

Nachteil: Eine zusätzliche Untersetzungsstufe ist erforderlich.

Für die zur Diskussion gestellten Anforderungen an einen Getriebezug eignen sich also nur die ausführlich vorgestellte Lösung und die Lösung mit einem vorgeschalteten Untersetzungsgetriebe gemäß IV. Die zuletzt genannte Lösung muss für wesentlich größere Momentenanforderungen in jedem Fall vorgesehen werden.

Die Auslegung des Unrundgetriebes kann noch wirkungsvoll modifiziert werden mit dem Ziel, noch größere Momente am Abtrieb bereitzustellen. Hierzu wird der gemäß den

Gleichungen (8) und (9) ermittelten Winkelfunktion $\varphi_0(t)$ eine geeignete Winkelfunktion $\psi(t)$ so überlagert, dass im Leerlauf im Arbeitsbereich vom Antrieb ein Bremsmoment benötigt wird. Für die Auslegung des Unrundgetriebes gemäß (6) wird nun an Stelle der Funktion $\varphi_0(t)$ die Funktion $\hat{\varphi}_0(t) = \varphi_0(t) + \psi(t)$ verwendet und die Funktion $\hat{\varphi}_0$ ist natürlich auch die Soll – Funktion im Lagerregler des Antriebs. Man hat zwar im Leerlauf einen gewissen Energieumsatz, aber unter Last steht wesentlich mehr Moment zur Verfügung und die vom Motor geforderte Momentenabgabe ist bei geeigneter Auslegung für eine gleichbleibende Lastfunktion auch wesentlich gleichmäßiger.

5 Ausblick

Die Einbeziehung der Eigenbewegung des gesamten Getriebebezuges für die Auslegung eines Unrundgetriebes erscheint nach den Ausführungen im vorangegangenen Abschnitt immer dann sinnvoll zu sein, wenn die Ungleichförmigkeit des gewünschten Bewegungsablaufs zu – relativ zum Antrieb – großen Massenkräften bzw. großen Trägheitsmassenmomenten führt.

Grundsätzlich muss für die Auslegung zunächst der Winkelgeschwindigkeitsverlauf $\dot{\varphi}_1(t)$ der Abtriebswelle des Unrundgetriebes bestimmt werden. Dies ist natürlich trivial, wenn - wie im vorangegangenen Abschnitt - der Verlauf genau angegeben wird. Meist treibt aber die Abtriebswelle des Unrundgetriebes noch ein nachfolgendes Getriebe an, in vielen Fällen ein Getriebe zur Erzeugung von Hubbewegungen. Der gewünschte ungleichförmige Bewegungsablauf wird dann meist auf ein Bewegungsglied – z.B. auf die Hubstange – des Folgegetriebes bezogen. Meist wird der Bewegungsablauf genau nur im Arbeitsbereich definiert und darüber hinaus werden nur Randbedingungen genannt, z. B. die Gesamtdauer der Periode, die maximal zulässige Geschwindigkeit und die maximal zulässige Beschleunigung. Der Getriebekonstrukteur muss aus diesen Angaben nun einen möglichst glatten Winkelgeschwindigkeitsverlauf $\dot{\varphi}_1(t)$ für eine Periode berechnen. Wie kann er vorgehen? Zunächst muss er für $\dot{\varphi}_1(t)$ einen Funktionsansatz machen. Hier hat es sich als sehr effektiv erwiesen, als Ansatz eine trigonometrische Reihe zu wählen, also

$$\dot{\varphi}_1(t) = -\left(\Omega + \sum_{i=1}^n A_i \sin(i\Omega t + \psi_i)\right) \text{ mit den } 2n \text{ Variablen } A_1, \dots, A_n \text{ und } \psi_1, \dots, \psi_n; \quad (10)$$

Weiter benötigt man eine für den aktuellen Fall geeignete Bewertungsfunktion, mit der eine beliebige Vorschlagsfunktion gemäß (10) numerisch bewertet werden kann. Wählt man eine feste Anzahl n von Frequenzen, so kann man in (10) mit einem geeigneten Optimierungsalgorithmus die Konstanten A_i und ψ_i so wählen, dass die Bewertungsfunktion minimal wird. Durch Hinzunahme weiterer Frequenzen kann man nun jede gewünschte Genauigkeit realisieren.

Im nächsten Schritt muss man die Funktion $FE_{\text{mech}}(t)$ (s. Gleichung (8)) der mechanischen Energie des Folgeantriebs bestimmen. Für Hubantriebe unterschiedlichster

Bauart ist diese Funktion bekannt (s. z.B. /3/). Für komplexere Folgegetriebe muss diese Funktion eventuell numerisch mit einem Programm zur Berechnung von dreidimensionalen Starrkörpersystemen ermittelt werden.

Danach wird mit einem nichtlinearen Gleichungslöser die Funktion $\dot{\varphi}_0(t)$ gemäß den Gleichungen (8) und (9) ermittelt. Diese Funktion kann eventuell noch modifiziert werden. Die Wälzkurven für das Unrundgetriebe ergeben sich gemäß (6). Aus der Simulationsberechnung des gesamten Getriebezuges ergibt sich der Verlauf der notwendigen Zahnkraft. Damit kann die Verzahnung der Unrundräder ausgelegt werden.

Damit ist der Berechnungsvorgang zur Bestimmung eines Unrundgetriebes, mit dem ein vorgegebener ungleichförmiger Bewegungsvorgang realisiert werden kann, unter Einbeziehung der Eigenbewegung des gesamten Getriebezuges abgeschlossen. Die zur Anwendung kommenden Berechnungsverfahren sind sehr genau und ausgereift, so dass für den Anwender das Risiko einer fehlerhaften Berechnung denkbar gering ist, vorausgesetzt die Eingabedaten sind korrekt.

6 Literatur

- /1/ Hasse, T. : Verzahnung für Unrundräder hoher Qualität
VDI-Z 132 (1990) 6, S. 55-59
- /2/ Hasse, T. : WAELZ - Das LORENZ-Entwicklungssystem
▶ zur Herstellung und Berechnung beliebiger
Rollkurven und deren Verzahnung sowie
▶ zur Herstellung der Verzahnung beliebiger
Rollkurven mit LORENZ-Wälzstoßmaschinen
2. Auflage, Maschinenfabrik LORENZ GmbH,
Ettlingen 1997
- /3/ Kraemer, O. Getriebelehre, 7. Auflage, Karlsruhe, 1987